STAATSINSTITUT FÜR SCHULQUALITÄT
UND BILDUNGSFORSCHUNG
MÜNCHEN

Flexible Grundschule

Aufgabenbeispiele Mathematik

STAATSINSTITUT FÜR SCHULQUALITÄT
UND BILDUNGSFORSCHUNG
MÜNCHEN

FLEXIBLE GRUNDSCHULE

Aufgabenbeispiele Mathematik

München 2014

Erarbeitet im Auftrag des Bayerischen Staatsministeriums für Bildung und Kultus, Wissenschaft und Kunst.

Die Flexible Grundschule war ein Projekt der Stiftung Bildungspakt Bayern.

Leitung des Arbeitskreises und Redaktion:
Dr. Eva Lang, ISB

Endredaktion:
Claudia Urban, ISB
Helena Möglich, ISB

Mitglieder des Arbeitskreises 2013/14:
Christa Besold, Jobst-vom-Brandt-Grundschule Waldershof
Barbara Blasius, Grundschule Rotthalmünster
Evi Kohl-Dümlein, Grundschule Küps
Dorothea Haußmann, Grundschule Fürth Hans-Sachs-Straße
Julia Merget-Daum, Grundschule Hösbach-Winzenhohl
Nicole Niggemann, Grundschule München an der Thelottstraße
Susanne Rehse, Grundschule Polling
Andrea Schmuttermair-Siering, Grundschule Augsburg Hochzoll-Süd

Herausgeber:
Staatsinstitut für Schulqualität und Bildungsforschung

Anschrift:
Staatsinstitut für Schulqualität und Bildungsforschung
Abteilung Grund-, Mittel- und Förderschulen
Schellingstr. 155
80797 München
Tel.: 089 2170-2899
Fax: 089 2170-2815
Internet: www.isb.bayern.de
E-Mail: claudia.urban@isb.bayern.de

Gestaltung:
PrePress-Salumae.com, Kaisheim

Vorbemerkung

Zentrales Kernelement der Flexiblen Grundschule ist es, die vorhandene Heterogenität der Schülerinnen und Schüler in der Klasse als Chance zu sehen und sie für das Lernen fruchtbar zu machen. Um den Unterricht entsprechend zu planen und zu organisieren, spielen Entscheidungen eine Rolle, die zum einen die Qualität der Lerninhalte und Aufgabenstellungen betreffen, zum anderen die Methoden und Lernformen im Unterricht. (Bayerisches Staatsministerium für Bildung und Kultus, Unterricht und Kunst / Stiftung Bildungspakt Bayern (Hrsg.) (2014). Flexible Grundschule. Dokumentation, Ergebnisse, Empfehlungen für die Praxis. München, S. 56).

Die Aufgaben für die Flexible Grundschule wurden in den entsprechenden Klassen erprobt, sie eignen sich aber ebenso für Jahrgangsklassen, da auch dort Schülerinnen und Schüler mit unterschiedlichen Lernvoraussetzungen gemeinsam lernen.

Die Beispiele zeigen, wie die Heterogenität der Klasse in verschiedener Weise genutzt wird. Am rechten Rand jedes Aufgabenbeispiels finden sich daher Hinweise und didaktische Kommentare in Form von Sprechblasen. Den Leserinnen und Lesern wird so verdeutlicht, worauf bei der jeweiligen Aufgabenstellung zu achten ist. Die didaktischen Kommentare in den Sprechblasen können sich wiederholen. In einem solchen Fall ermöglich die farbliche Hinterlegung eine Orientierung.

Orange: Kommentare zum Arbeitsauftrag, seiner Strukturierung und notwendigen Voraussetzungen

Blau: Kommentare zur Reflexion durch die Lehrkraft

Grün: Kommentare zur Reflexion durch die Schülerinnen und Schüler

Wir finden Muster in Entdeckerpäckchen

Jahrgangsstufen	1/2
Fach	Mathematik
Zeitrahmen	zwei Unterrichtseinheiten
Benötigtes Material	Vorlagen Entdeckerpäckchen

Kompetenzerwartungen

M1/2 1 Zahlen und Operationen

M1/2 1.2 Im Zahlenraum bis 100 rechnen und Strukturen nutzen

Die Schülerinnen und Schüler …

- erkennen, beschreiben und entwickeln arithmetische Muster (z. B. fortgesetzte Addition einer Zahl, gleich- und gegensinniges Verändern) und setzen diese folgerichtig fort.

Quellen- und Literaturangaben

Anregungen aus PIK AS TU Dortmund. Materialien zur Weiterentwicklung des Mathematikunterrichts in der Primarstufe, Haus 1 „Entdeckerpäckchen“

Aufgabe

Im Vordergrund stehen das Forschen und Entdecken und vor allem das Verbalisieren mathematischer Verfahren. Die Sequenz hat zwei aufeinander aufbauende Schwerpunkte und besteht aus zwei Einheiten, für die je etwa eine Doppelstunde eingeplant ist.

Kompetenzorientierte Arbeitsaufträge
Aufgabe 1: Erkläre mit Forschermitteln, warum diese Päckchen Entdeckerpäckchen heißen! Aufgabe 2: Untersuche und begründe: Was ist kein Entdeckerpäckchen?

Die Form der Aufgabenstellung ist unter anderem abhängig von der Routine, die eine Klasse oder Gruppe im kooperativen Arbeiten entwickelt hat. Haben die Schülerinnen und Schüler durch Übung und Versprachlichung die Prinzipien und das Handwerkszeug für eine effektive Zusammenarbeit verinnerlicht, reicht zum Teil eine offene Aufgabenstellung aus: „Untersucht gemeinsam ...“. Hier müssen die Schülerinnen und Schüler ihren Arbeitsprozess eigenständig so organisieren, dass er für alle gewinnbringend ist. Kann diese Routine nicht vorausgesetzt werden, ist es notwendig, dass die Lehrkraft die Rolle des Einzelnen durchdenkt und den Lernprozess vorstrukturiert.

Hinweise zum Unterricht: Aufgabe 1

Wir erklären, warum diese Päckchen „Entdeckerpäckchen“ heißen.

Einführung in die Vorgehensweise im Plenum (Halbkreis vor der Tafel):
Ein Entdeckerpäckchen steht an der Tafel. Der erste Impuls ist meist, dass die Kinder die Aufgaben ausrechnen. Die erfahreneren Lerner erkennen darüber hinaus gleich, dass es etwas zu entdecken gibt und formulieren ihre Beobachtungen. Um allen eine gemeinsame Entdeckersprache möglich zu machen, werden bestimmte Bezeichnun-

gen und Redewendungen („Forschermittel“) sowie grafische Darstellungen (Pfeile, farbige Markierungen) eingeführt:

Tafelbild:

1.Zahl		2. Zahl		Ergebnis
1	+	9	=	10
2	+	8	=	10
3	+	7	=	10
4	+	6	=	10

:

Ich beobachte

Ich erkläre:

1. Zahl: blau einkreisen,
2. Zahl grün einkreisen,
Ergebnis rot einkreisen

Für Kinder, die noch auf konkrete Anschauungsmittel angewiesen sind, werden alle Aufgaben mit Plättchen gelegt.

Durch solche einfachen Hilfestellungen wird allen Kindern in der heterogenen Lerngruppe die Teilhabe ermöglicht. Ebenso ist die Unterstützung auf der ikonischen Ebene in Form der Pfeile zu verstehen.

Zur Verdeutlichung markieren die Kinder die Spalten von oben nach unten farbig und zeichnen Pfeile ein. Neben den Pfeilen notieren sie, was sich von einer Zahl zur anderen verändert.

Auf die Frage: „Was fällt dir auf?“ werden Beobachtungen verbalisiert.

Auf die Frage: „Warum ist das so?“ versuchen die Kinder zu erklären, warum es zu diesem Ergebnis kommt. Dieser Schritt ist schwierig und wird in der Regel nur von den leistungsstarken Kindern bewältigt. Es zeigt sich aber, dass die schwächeren Kinder mit der Zeit Argumentationsmuster übernehmen und zunehmend selbständig anwenden.

Anwendung in heterogener Partnerarbeit: Zusammen wenden die Kinder die neu erworbenen Strategien zur Bearbeitung von Entdeckerpäckchen an einem einfachen Partner-Arbeitsblatt an und kommen miteinander ins Gespräch. Häufig unterstützen hier die leistungsstärkeren Kinder beim strukturierten Vorgehen.

Das Partnerarbeitsblatt ermöglicht den Schülerinnen und Schülern ebenso wie die Think-, Pair- und Share- Phase, eigene Ideen zu entwickeln, zu präsentieren und sich darüber auszutauschen. Im so strukturierten Austausch profitieren die Kinder von den Fähigkeiten der anderen, die Heterogenität der Lerngruppe wird genutzt.

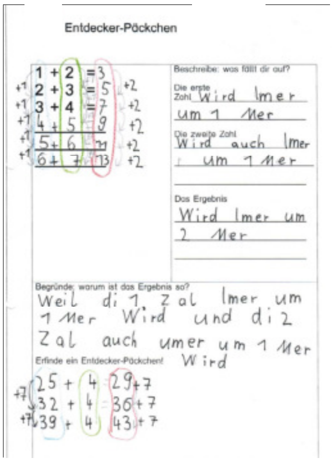
In einer weiteren Unterrichtseinheit trainieren die Kinder ihre Arbeit in einer Think-Pair-Share- Situation:

- Think: Forscherarbeit am Platz: Jedes Kind bearbeitet mit Hilfe der erlernten Forschermittel ein eigenes Entdeckerpäckchen. Je nach Rechenfertigkeit sucht es sich den Zahlenraum aus.
- Pair: Die Kinder schließen sich zu Paaren zusammen und stellen sich gegenseitig ihre Entdeckungen und Begründungen vor
- Share: Im Kreis werden verschiedene Entdeckerpärchen vorgestellt.

Beispiele für Lösungen der Schülerinnen und Schüler zu Aufgabe 1

Erklären von Entdeckerpäckchen

(Alle Texte der Schülerinnen und Schüler vor Rückmeldung der Lehrkraft zur Rechtschreibung)


Entdecker-Päckchen

1 + 2 = 3
2 + 3 = 5
3 + 4 = 7
4 + 5 = 9
5 + 6 = 11
6 + 7 = 13

Beschreibe: was fällt dir auf?

Die erste Zahl: Wird Imer um 1 Mer

Die zweite Zahl: Wird auch Imer um 1 Mer

Das Ergebnis: Wird Imer um 2 Mer

Begründe: warum ist das Ergebnis so?

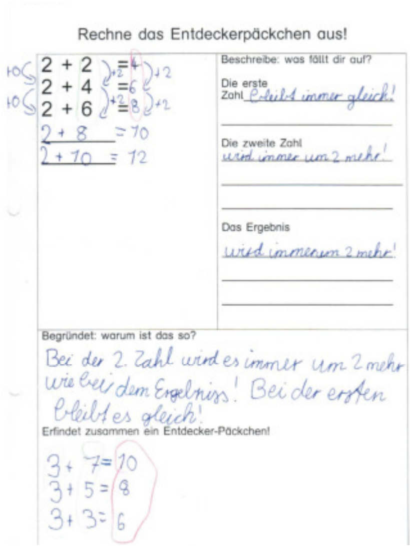
Weil di 1. Zal Imer um 1 Mer Wird und di 2 Zal auch umer um 1 Mer Wird

Erfinde ein Entdecker-Päckchen!

25 + 4 = 29
32 + 4 = 36
39 + 4 = 43

Dieses Kind im ersten Schulbesuchsjahr stellt seine Beobachtungen schon genau dar und erklärt die Zusammenhänge. Bei seinem selbst erfundenen Päckchen zeigt es, dass er bereits im Zahlenraum bis 100 mit Übergang rechnen kann.

Produkte des kooperativen Unterrichts bewertet die Lehrkraft nie nur isoliert, sondern unter Einbeziehung von Gruppenprozessen. Auf diese Weise wird eine Bewertung des individuellen Lernzuwachses möglich.
Kriterien der Beobachtung:
- Wirksamkeit der Gruppenzusammensetzung
- gegenseitige Unterstützung
- Einsatz von Hilfsmitteln


Rechne das Entdeckerpäckchen aus!

2 + 2 = 4
2 + 4 = 6
2 + 6 = 8
2 + 8 = 10
2 + 10 = 12

Beschreibe: was fällt dir auf?

Die erste Zahl bleibt immer gleich!

Die zweite Zahl wird immer um 2 mehr!

Das Ergebnis wird immer um 2 mehr!

Begründet: warum ist das so?

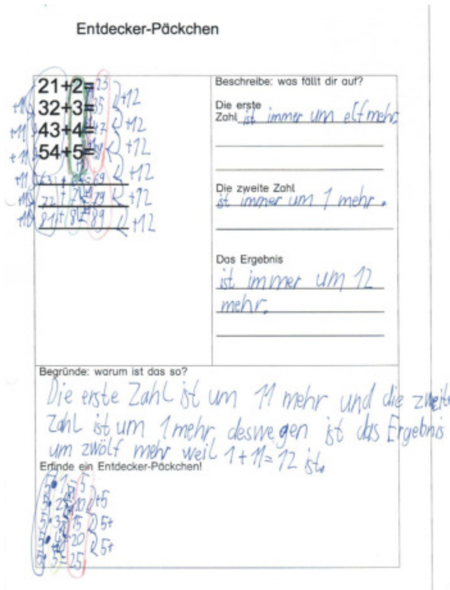
Bei der 2. Zahl wird es immer um 2 mehr wie bei dem Ergebnis! Bei der ersten bleibt es gleich!

Erfindet zusammen ein Entdecker-Päckchen!

3 + 7 = 10
3 + 5 = 8
3 + 3 = 6

In dieser heterogenen Partnerarbeit wird das Rechenmuster richtig durchschaut und eine Erklärung angefügt. Die Lernpartner erfinden gemeinsam ein eigenes Entdeckerpäckchen, welches analog zu dem bearbeiteten Päckchen aufgebaut wird und nur im Zahlenmaterial variiert. Es zeigt aber, dass das Prinzip erfasst wird und selbständig angewendet wird.

Das einfache Zahlenmaterial ermöglicht heterogenes Arbeiten. Der Gewinn für die Fortgeschrittenen liegt hier in der Anwendung der Forschermittel und im Verbalisieren und Begründen. Schülerinnen und Schüler im ersten Schulbesuchsjahr bekommen hierbei Unterstützung durch die erfahreneren Lerner.



Entdecker-Päckchen

21+2= 23
32+3= 35
43+4= 47
54+5= 59

Beschreibe: was fällt dir auf?

Die erste Zahl ist immer um elf mehr

Die zweite Zahl ist immer um 1 mehr.

Das Ergebnis ist immer um 12 mehr.

Begründe: warum ist das so?

Die erste Zahl ist um 11 mehr und die zweite Zahl ist um 1 mehr, deswegen ist das Ergebnis um zwölf mehr weil 1+11=12 ist.

Erfinde ein Entdecker-Päckchen!

Dieser Schüler im zweiten Schulbesuchsjahr stellt die Zusammenhänge her und kann sie schlüssig begründen. Im selbst erfundenen Päckchen überträgt er von sich aus das Gelernte auf eine andere Art der Operation: Er findet ein Entdeckerpäckchen mit dem Fünfereinmaleins und beobachtet, dass die zweite Zahl um 1 größer wird, das Ergebnis aber immer um 5.

Hinweise zum Unterricht: Aufgabe 2

Was ist kein Entdeckerpäckchen?

In der zweiten Einheit der Sequenz wird das ordnende Prinzip des Musters noch einmal besonders in den Mittelpunkt gerückt. Zu diesem Zeitpunkt haben die Kinder bereits vielfältige Erfahrungen mit Entdeckerpäckchen gemacht. Es wird aber auch deutlich, dass nicht allen klar ist, welche Rechenvorteile ein Muster in sich birgt. Daher untersuchen die Kinder nun Päckchen daraufhin, ob sie „echte Entdeckerpäckchen“ sind oder nur unsystematisch aneinandergereihte Rechenaufgaben.

Im Plenum (Halbkreis vor der Tafel) werden zwei Päckchen mit Forschermitteln analysiert. Die Kinder merken recht schnell, dass nur eines davon ein Entdeckerpäckchen sein kann.

Heterogene Partnerarbeit:
Jedes Kinderpaar bekommt zwei Päckchen, die es darauf untersuchen soll, ob es ein Entdeckerpäckchen ist. Bei dieser „Detektivarbeit“ müssen sie wieder genau und sauber vorgehen und die bekannten Forschermittel anwenden. Die Kinder sind zu dem Versuch aufgefordert. zu jedem Päckchen eine schriftliche Begründung abzugeben. Dies wird nicht allen Kindern gelingen, da es einen sehr hohen Anspruch darstellt.


Was ist kein Entdeckerpäckchen?

Streiche es durch! **Begründe**, warum es keines ist!

8 – 1 = 7 – 1 = 6 – 1 = 5 – 1 = 4 – 1 =	2 + 2 = 4 + 2 = 6 + 4 = 7 + 2 =
Ist das ein Entdeckerpächen? O ja O nein Begründe!	Ist das ein Entdeckerpächen? O ja O nein Begründe!

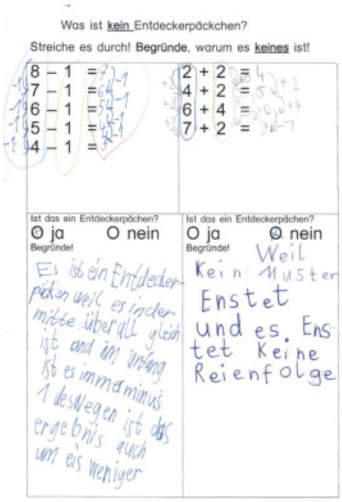
Auswertung:
Die Begründungen werden vorgelesen und bewertet: Stimmt die Begründung? Kann man sie gut verstehen? Hier werden die Sprachmuster, die sich zur Beschreibung von Entdeckerpäckchen besonders eignen, noch einmal zusammengefasst und trainiert.

Im kooperativen Unterricht wird nicht nur das Produkt des Lernens reflektiert. Sollen die Kinder zunehmend eigenständig zusammenarbeiten, ist es unumgänglich, dass auch Gruppenprozesse versprachlicht und bewertet werden. So entwickeln die Schülerinnen und Schüler ein Bewusstsein für effektives gemeinsames Lernen.

Beispiele für Lösungen der Schülerinnen und Schüler zu Aufgabe 2

Was ist kein Entdeckerpäckchen?

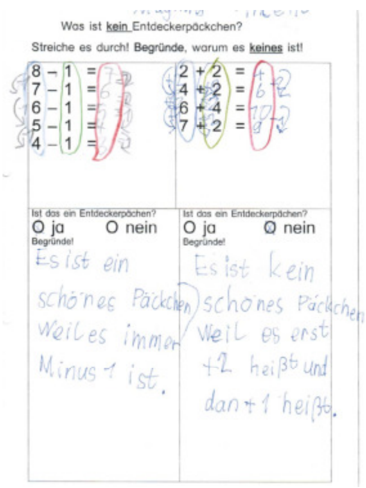
In dieser heterogenen Paarkonstellation wechseln die Kinder sich ab. Auch das Kind im ersten Schulbesuchsjahr formuliert eine Begründung und schreibt sie selbst auf.



Man kann hier sehr gut verfolgen, wie auch die jüngeren Lernerinnen und Lerner immer mehr Sicherheit und Routine im Verbalisieren mathematischer Vorgänge erlangen.

Begriffe wie Muster und Reihenfolge werden selbstverständlich und korrekt verwendet.

Produkte des kooperativen Unterrichts bewertet die Lehrkraft nie nur isoliert, sondern unter Einbeziehung von Gruppenprozessen. Auf diese Weise wird eine Bewertung des individuellen Lernzuwachses möglich.
Kriterien der Beobachtung:
- Wirksamkeit der Gruppenzusammensetzung
- gegenseitige Unterstützung
- Einsatz von Hilfsmitteln



In dieser Paarkonstellation hat das ältere Kind die Schreibaufgabe übernommen. An den Formulierungen ist zu erkennen, dass der Schritt von der Beobachtung zur Begründung noch nicht gänzlich vollzogen ist, das Prinzip aber begriffen wurde.

Hinweise zum weiteren Lernen

In der Folge können sich zahlreiche weitere Übungen mit Entdeckerpäckchen anschließen, zum Beispiel:

- Entdeckerpäckchen verändern (Was passiert, wenn die erste / die zweite Zahl oder beide Zahlen um 3 größer/kleiner wird…?)
- Erfinden eigener Entdeckerpäckchen (z. B. mit Plus-Aufgaben, Minusaufgaben oder gemischten Aufgaben)
- Erfinden eines Arbeitsblattes, auf dem „unechte“ Päckchen versteckt sind
- Entdeckerpäckchen finden, bei denen das Ergebnis immer eine bestimmte Zahl sein soll

Hinweise für Schülerinnen und Schüler mit sonderpädagogischem Förderbedarf

Schülerinnen und Schülern mit sonderpädagogischem Förderbedarf im Bereich Lernen bearbeiten Entdeckerpäckchen auf sehr einfachem Niveau – sowohl, was den Zahlenraum, als auch, was die Komplexität der Aufgaben betrifft. Sie erfahren Wertschätzung, wenn sie ihre Beobachtungen beisteuern, und haben Erfolgserlebnisse im Üben von Rechenfertigkeiten.

Als Hilfsmittel stehen ihnen jederzeit die farbigen Plättchen zur Verfügung. Als Formulierungshilfe für ihre Beobachtungen erhalten sie Wortkärtchen, die sie richtig zuordnen, z. B. „ 1. Zahl“, „2. Zahl“, Ergebnis“, „um __ größer“, „bleibt gleich“.

Eine Zahl – so viele Aufgaben! – Zahlen zerlegen und eine Struktur finden

Jahrgangsstufe	1
Fach	Mathematik
Zeitrahmen	eine Unterrichtseinheit
Benötigtes Material	zweifarbige Plättchen, Zehnerstangen in zwei unterschiedlichen Farben

Kompetenzerwartungen

M 1/2 1 Zahlen und Operationen

M 1/2 1.1 Zahlen strukturiert darstellen und Zahlbeziehungen formulieren

Die Schülerinnen und Schüler …
- zerlegen Zahlen im Zahlenraum bis Hundert additiv (z. B. 10 = 1+9; 10 = 9+1; 32 = 30+2) und erläutern dabei Zusammenhänge mithilfe von strukturierten Darstellungen (z. B. Zwanzigerfeld, Hunderterfeld, Hundertertafel und Einerwürfel/Zehnerstangen).

M 1/2 1.2 Im Zahlenraum bis Hundert rechnen und Strukturen nutzen

Die Schülerinnen und Schüler …
- wenden die Zahlensätze des Einspluseins bis 20 sowie deren Umkehrungen (z. B. 9-7 = 2 als Umkehrung von 2+7 = 9) automatisiert und flexibel an, wobei sie ihre Kenntnisse auf analoge Plus- und Minusaufgaben übertragen.
- nutzen Rechenstrategien (Rechnen in Schritten, Umkehr- und Tauschaufgaben, analoge Aufgaben, Nachbaraufgaben) sowohl im Zahlenraum bis 20 als auch im Zahlenraum bis 100, vergleichen sowie bewerten Rechenwege und begründen ihre Vorgehensweisen.
- erkennen, beschreiben und entwickeln arithmetische Muster (z. B. fortgesetzte Addition einer Zahl, gleich- und gegensinniges Verändern) und setzen diese folgerichtig fort.

Aufgabe

Die Aufgabe richtet sich zunächst an die Schülerinnen und Schüler im ersten Schulbesuchsjahr. In einem heterogenen Tandem werden sie von den Kindern im zweiten Schulbesuchsjahr unterstützt, die diese Übung bereits kennen und so eine Wiederholung und Vertiefung erhalten, auch in Vorbereitung auf die Zerlegung größerer Zahlen oder Zehnerzahlen.

Die Schülerinnen und Schüler finden für eine Zahl zwischen 5 und 9 in Partnerarbeit so viele verschiedene Zerlegungen wie möglich und ordnen sie nach selbstgefundenen strukturierten Darstellungen. Fortgeschrittene Rechnerinnen und Rechner ergänzen die Zahl mit einem Zehner und rechnen mit Zehnerzahlen im Hunderterraum. Alle Schüler, die diese Rechenfähigkeit noch nicht erlangt haben, zerlegen ihre Zahlen durch Plättchen in zwei Farben.

Die Form der Aufgabenstellung ist unter anderem abhängig von der Routine, die eine Klasse oder Gruppe im kooperativen Arbeiten entwickelt hat.
Kann diese Routine nicht vorausgesetzt werden, ist es notwendig, dass die Lehrkraft die Rolle des Einzelnen durchdenkt und den Lernprozess deutlicher vorstrukturiert.

Kompetenzorientierter Arbeitsauftrag:

- Einigt euch auf eine Zahl zwischen 5 und 9.
- Findet alle Zerlegungsmöglichkeiten eurer Zahl.
- Erkennt ihr eine Regelmäßigkeit?
- Erklärt eure Entdeckung!

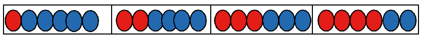
Hinweise zum Unterricht

Erster Schritt:
Ein Kind im Tandem nennt eine Zahl zwischen 5 und 9 und legt sie mit Plättchen. Dann wird eine Zerlegung aufgeschrieben, z. B. 6 = 1 + 5

Zunächst wird die Zerlegung nur mit einem Pluszeichen vorgenommen. Hier erkennen die Schülerinnen und Schüler schnell, ob sie schon alle Möglichkeiten gelegt haben.

Wenn diese Form der Visualisierung noch hilfreich und notwendig ist, überprüft einer der Partner anhand der Plättchen die Lösung:

Die Plättchen stellen einen Zugang auf der Handlungsebene dar, der manchen Schülerinnen und Schülern erst ermöglicht, die Gedankengänge nachzuvollziehen und am Lösungsprozess teilzuhaben.

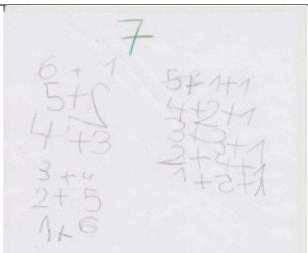


Weitere Schritte:
Die Zahl wird mit mehreren Pluszeichen zerlegt. Um den Überblick darüber zu erhalten, ob alle Zerlegungen gefunden wurden, tragen die Schülerinnen und Schüler z. B. ihre Ergebnisse in ein „Zahlenhaus“ ein.

	5	
3	1	1
2	2	1
2	1	2
1	3	1

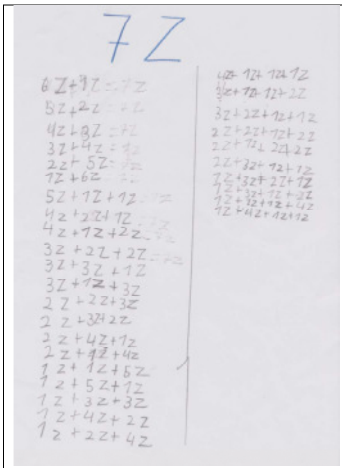
Präsentation der Ergebnisse:
Die Rechentandems stellen ihre schriftlichen Zerlegungen vor und erläutern, wie sie eine Ordnung in ihre Darstellung gebracht haben.
In einem Lernspaziergang schauen sich die Tandems die Zerlegungsaufgaben anderer Paare an und ergänzen ggf. fehlende Zerlegungen.

Produkte und Lösungen der Schülerinnen und Schüler



Dieses Lerntandem zerlegt in der ersten Phase mit einem Pluszeichen.
Nach dem Lernspaziergang wagen sich die beiden auch an zwei Pluszeichen und strukturieren ihre Zerlegung, indem sie die erste Zahl um eins vermindern. Die letzte Zahl bleibt bei ihnen die 1.

Am Schluss erkennen sie, dass die ersten zwei Zahlen nur ihre Stellung ändern. Das Prinzip der Tauschaufgabe wird hier schon angebahnt.

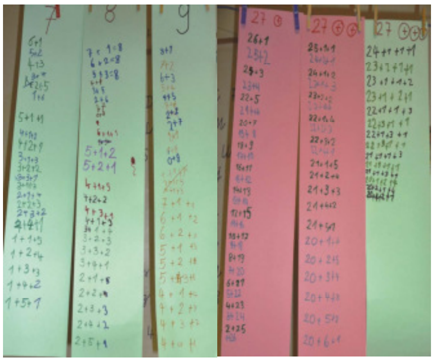


Dieses Tandem zerlegt von Beginn an sehr strukturiert und erklärt: „Wenn ich ein Pluszeichen bei der Zahl 7 habe, rechne ich 7-1 und fange bei 6 mit dem Zerlegen an. Wenn ich zwei Pluszeichen habe, rechne ich erst 7-2 und fange dann bei 5 an. Bei drei Pluszeichen fange ich bei 4 an. Und vier Pluszeichen habe ich nicht mehr geschafft.“

Außerdem fällt den Kindern auf, dass jede Zerlegungsphase immer das gleiche Muster hat. Bei zwei Pluszeichen kommt die Zahl 5 am Anfang einmal vor, die Zahl 4 zweimal, die Zahl 3 dreimal usw. Bei drei Pluszeichen wiederholt sich dieses Muster. Die Zahl 4 kommt einmal vor, die Zahl 3 am Anfang zweimal, die Zahl 2 dreimal und die Zahl 1 viermal.

Kooperativen Unterricht bewertet die Lehrkraft nie nur isoliert, sondern unter Einbeziehung von Gruppenprozessen. Auf diese Weise wird eine Bewertung des individuellen Lernzuwachses möglich.
Kriterien der Beobachtung:
- Wirksamkeit der Gruppenzusammensetzung
- gegenseitige Unterstützung
- Einsatz von Hilfsmitteln

Dokumentation und Reflexion des Lernprozesses



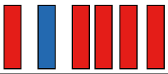
Im abschließenden Kreisgespräch erklären die Schülerinnen und Schüler, dass sich in Zahlenzerlegungen das Muster ständig wiederholt. Zerlegungen anderer Zahlen, die im Lauf der Zeit entstehen, werden auf langen Streifen mit dicken Stiften geschrieben und für alle sichtbar im Klassenzimmer aufgehängt.

Diese sich ständig wiederholende Zahlenzerlegung im Rahmen der Wochenarbeit ist eine gute Vorarbeit für die Einführung der Addition und Subtraktion mit Zehnerübergang, da die Schülerinnen und Schüler ein geschicktes Zerlegen eingeübt haben.

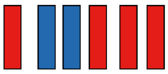
Zudem wird immer wieder betont, dass ein bekanntes Muster bei der Automatisierung des Rechnens eine große Hilfe ist: Das Rechentempo erhöht sich, Fehler und Auslassungen werden offensichtlich.

Hinweise zum weiteren Lernen

Schülerinnen und Schüler, denen die Vorgehensweise klar und bei denen die Rechenfähigkeit gut ausgeprägt ist (z. B. auch im zweiten Schulbesuchsjahr), zerlegen nun in ganz analogem Vorgehen auch Zehnerzahlen.



1Z+1Z+4Z / 10+10+40



1Z+2Z+3Z / 10+20+30

Alles gleich mit der Rechenwaage – Erfinden von Gleichungen

Jahrgangsstufen	1/2
Fach	Mathematik
Zeitrahmen	vier Unterrichtseinheiten
Benötigtes Material	Rechenwaage mit Gewichten

Kompetenzerwartungen

M 1/2 1 Zahlen und Operationen

M 1/2 1.2 Im Zahlenraum bis 100 rechnen und Strukturen nutzen

Die Schülerinnen und Schüler …
- wenden die Zahlensätze des Einspluseins bis 20 sowie deren Umkehrungen (z. B. 9-7 = 2 als Umkehrung von 2+7 = 9) automatisiert und flexibel an, wobei sie ihre Kenntnisse auf analoge Plus- und Minusaufgaben übertragen.
- nutzen Rechenstrategien (Rechnen in Schritten, Umkehr- und Tauschaufgaben, analoge Aufgaben, Nachbaraufgaben) sowohl im Zahlenraum bis 20 als auch im Zahlenraum bis 100, vergleichen sowie bewerten Rechenwege und begründen ihre Vorgehensweisen.
- überprüfen, ob Ergebnisse plausibel und richtig sind; sie finden, erklären und korrigieren Rechenfehler.

Aufgabe

Ausgehend von praktischen Versuchen stellen die Kinder fest, dass sich die Rechenwaage im Gleichgewicht befindet, wenn die Summe der angehängten Gewichte links und rechts gleich ist. Die Schülerinnen und Schüler überlegen sich danach zunächst eigene Gleichungen und kontrollieren diese mit Hilfe der Waage in der Kleingruppe. Im Anschluss wählen sie sich aus einer Aufgabentheke eine vorgegebene Gleichung mit Platzhaltern aus und versuchen, möglichst viele Lösungen für diese Gleichung zu finden.

Dieser Zugang über die Handlungsebene ist für einige Schülerinnen und Schüler sicherlich grundlegend, um überhaupt das Prinzip Gleichung zu verstehen. Für andere stellt er eine Möglichkeit dar, sehr komplexe Gleichungen zu überprüfen und Fehler zu durchschauen. Zusätzliche Bedeutung bekommt der enaktive Zugang im kooperativen Arbeiten.

Kompetenzorientierter Arbeitsauftrag

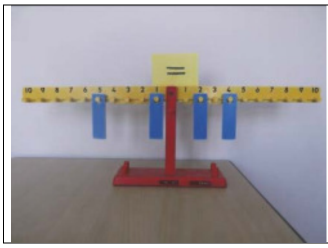
- Kontrolliere deine gefundenen Gleichungen anhand der Rechenwaage!
- Finde möglichst viele Lösungen zu einer vorgegebenen Gleichung!

Hinweise zum Unterricht

<u>Erste und zweite Unterrichtseinheit</u>

Die Schülerinnen und Schüler machen sich im Sitzhalbkreis mit der Rechenwaage vertraut: Die Waage ist im Gleichgewicht, wenn die Gewichte auf der linken und rechten Seite so hängen, dass sich jeweils die gleiche Summe der Zahlen ergibt. Dabei spielt es keine Rolle, wie viele Gewichte sich auf den beiden Seiten befinden. Durch dieses Vorgehen wird den Schülerinnen und Schülern die Bedeutung des Zeichens =

veranschaulicht: Die Summe aller Zahlen auf der linken Seite muss gleich sein der Summe auf der rechten Seite. In Kleingruppen führen die Kinder anschließend selbst Versuche mit der Waage durch und notieren ihre gefundenen Gleichungen.

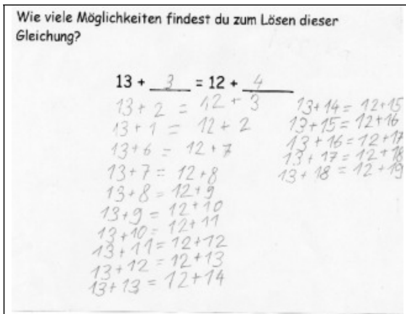


Beispiel für eine gefundene Gleichung: 5 + 1 = 2 + 4

Jede Gruppe stellt im Plenum exemplarisch eine gefundene Gleichung vor und belegt die richtige Lösung an der Waage.

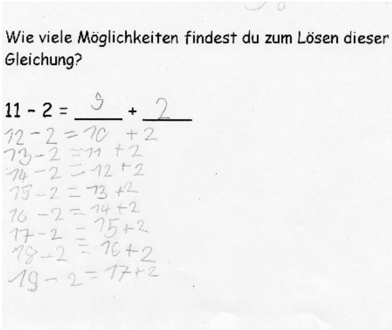
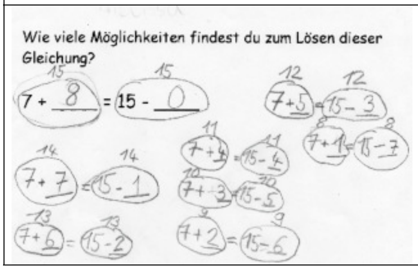
Dritte Unterrichtseinheit
Im Sitzhalbkreis präsentiert die Lehrkraft den Schülerinnen und Schülern eine unvollständige Gleichung (z. B. 4 + ___ = 7 + ___). Schnell finden die Kinder heraus, dass es für diese Gleichung mehrere Lösungen gibt. Einige davon werden sofort anhand der Waage überprüft. Für die folgende offene Arbeitsphase wählen sich die Schülerinnen und Schüler aus einem Aufgabenangebot mit differenziertem Schwierigkeitsgrad eine Aufgabe aus. Ggf. entscheiden sie selbst, ob sie alleine oder mit einem Partner arbeiten möchten, oder die Lehrkraft stellt Tandems gezielt zusammen.

Beispiele für Produkte und Lösungen der Schülerinnen und Schüler



Diese Schülerin im zweiten Schulbesuchsjahr geht systematisch vor: Nach ihrer dritten Lösung sieht sie, dass es in ihrem angefangenen Muster nun nicht mehr weitergeht. Daraufhin beginnt sie ein neues „Päckchen“ und erkennt rasch, dass sie dieses unendlich lange fortführen könnte.

Diese Schülerin bewegt sich auf der rein symbolischen Ebene und festigt ihre Fertigkeiten.

	Dieser Junge aus dem zweiten Schulbesuchsjahr entwickelt eine ganz eigene Logik, in der das „=“ - Zeichen und seine Bedeutung nicht erfasst werden. Um Verständnis aufzubauen und zu sichern, ist es für diesen Schüler wichtig, seine Gleichungen handelnd an der Rechenwaage mit einem Lernpartner zu entwickeln. Erst der Austausch mit anderen ermöglicht es ihm auf Strukturen aufmerksam zu werden. Die Visualisierung der Schülerin im nachstehenden Beispiel würde ihm zudem noch einmal zeigen, was das „=“ - Zeichen als Symbol bedeutet.
	Bei dieser Schülerin (im zweiten Schulbesuchsjahr) erkennt man erst auf den zweiten Blick, dass sie systematisch vorgeht, da sie ihre Aufgaben etwas durcheinander anordnet. Sie kontrolliert sofort jede Aufgabe, indem sie sich die Summen der rechten und linken Seite notiert und miteinander vergleicht.

Diese Schülerin unterstützt ihren Denkprozess selbständig durch einen erweiterten symbolischen Zugang. Sie visualisiert den Kerngehalt der Gleichung. Diese Lösung wäre für eine heterogene Lerngruppe von großem Nutzen.

Dokumentation und Reflexion des Lernprozesses

Die Schülerinnen und Schüler bearbeiten je nach Leistungsvermögen zwei bis maximal fünf Aufgaben. In einer abschließenden Runde präsentieren die Kinder ihre Ergebnisse und vergleichen die gewonnenen Erkenntnisse. Jedes Kind wählt schließlich die Aufgabe aus, die es seiner Einschätzung nach am besten gelöst hat, und klebt diese in sein Lerntagebuch ein. Zusätzlich besteht die Möglichkeit, dass die Schülerinnen und Schüler ihr Vorgehen beim Lösen der Gleichungen verbalisieren und schriftlich auf dem von ihnen gewählten Beispiel festhalten.

Im kooperativen Unterricht ist es außerdem unumgänglich, dass auch Gruppenprozesse versprachlicht und bewertet werden. So entwickeln die Schülerinnen und Schüler ein Verantwortungsgefühl für effektives individuelles und gemeinsames Lernen.

So viele verschiedene Ostereier – Ordnungsmöglichkeiten bei kombinatorischen Aufgaben finden

Jahrgangsstufen	1/2
Fach	Mathematik
Zeitrahmen	eine Unterrichtseinheit
Benötigtes Material	Papier, Etiketten, Stifte, Tierquartett für Gruppenbildung

Kompetenzerwartungen

M 1/2 1 Zahlen und Operationen

M 1/2 1.3 Sachsituationen und Mathematik in Beziehung setzen

Die Schülerinnen und Schüler …

- finden mathematische Lösungen zu Sachsituationen, vergleichen und begründen ihre Lösungswege auch im Austausch mit anderen (z. B. in Rechenkonferenzen) und wertschätzen deren Lösungswege.
- bestimmen die Anzahl der verschiedenen Möglichkeiten bei einfachen kombinatorischen Aufgabenstellungen durch Probieren (z. B. mögliche Kombinationen von 2 T-Shirts und 3 Hosen) und stellen Ergebnisse strukturiert dar (z. B. in Skizzen oder in Tabellen).

Aufgabe

Die Schülerinnen und Schüler finden – handelnd oder durch Errechnen – heraus, wie viele Kombinationsmöglichkeiten es beim Anmalen von Ostereiern mit einer bestimmten Anzahl an Farben und Mustern gibt.

Kompetenzorientierter Arbeitsauftrag

- Schmücke den Osterzweig! Jedes Ei soll anders aussehen. Du hast die Farben rot, grün und blau.
- Mit diesen Farben kannst du auch Streifen und Punkte malen.
- Wie viele Eier können nun am Zweig hängen?
- Erkläre und begründe, wie du vorgegangen bist.

Diese Planung durch die Lehrkraft strukturiert den Arbeitsprozess für die Schülerinnen und Schüler so vor, dass jeder eine wichtige und durchschaubare Rolle übernehmen kann. Beginnt eine Aufgabenstellung mit einer durchdachten Teamarbeit, bei der von Anfang an gleichwertige Rollen vergeben sind, kann sie zum Ende hin durchaus offener gestaltet sein.

Hinweise zum Unterricht

Die Phasen Think - Pair – Share sind Grundelemente Kooperativer Lernformen. Sie werden in dieser Stunde angewendet.

Think: Zunächst erhalten die Schüler den Arbeitsauftrag. Sie haben nun Zeit, sich alleine mit der Aufgabe auseinanderzusetzen. Nach dieser Phase treffen sich die Schüler am vereinbarten Treffpunkt.

Pair: Nun tauschen sie sich mit ihren Partnern in einer Dreiergruppe aus. Jeder erfüllt dabei auch seine Rolle (Leisewächter, Schreiber, Vorsteller). In dieser Gruppe stellt jeder seine Lösung vor und begründet seine Vorgehensweise. Gemeinsam überarbeiten die Gruppenmitglieder die Lösung, falls sie zu unterschiedlichen Ergebnissen gekommen sind.

Share: Im Plenum stellt jede Gruppe ihr Ergebnis vor und erläutert den Arbeitsprozess.

Reflexion: Den Abschluss bilden die Auswertung der Ergebnisse sowie die Evaluation der gemeinsamen Arbeit durch ein Feedback.

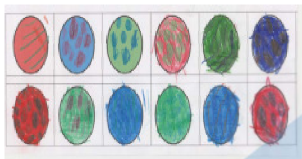
Im kooperativen Unterricht wird nicht nur das Produkt des Lernens reflektiert. Sollen die Kinder zunehmend eigenständig zusammenarbeiten, ist es unumgänglich, dass auch Gruppenprozesse versprachlicht und bewertet werden. So entwickeln die Schülerinnen und Schüler ein Bewusstsein für effektives gemeinsames Lernen.

Hinweise zum Unterricht

Gruppen, die zu einem Ergebnis kommen, erhalten den zusätzlichen Auftrag, auch mit Kreisen die Eier zu verzieren. Dabei überlegen sie, ob sie die Aufgabe mittels einer Skizze oder durch logisches Denken lösen können. Wer den abstrakten Weg wählt, überprüft anhand der Skizze eines Lernpartners die Lösung auf Richtigkeit.

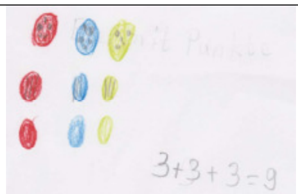
Als Unterstützungsangebot für Schülerinnen und Schüler mit sonderpädagogischem Förderbedarf oder einfach mit Schwierigkeiten beim Lösen der Aufgabe liegt ein Arbeitsblatt bereit, auf dem Eier in den Grundfarben und in der korrekten Anzahl abgebildet sind.

Beispiele für Produkte und Lösungen der Schülerinnen und Schüler

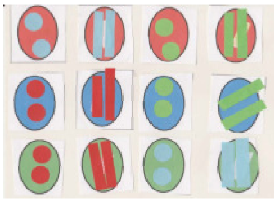


Diese zwei Beispiele sind aus der Think-Phase.
Das Kind, das das Arbeitsblatt mit den vorgefärbten Eiern verwendet, erkennt schneller, dass die Muster immer zweimal pro gefärbtem Ei auftreten.

Hier nutzen alle Schülerinnen und Schüler die Hilfestellung auf der ikonischen Ebene. Die angebotenen Differenzierungen und die Gruppenarbeit ermöglichen es allen Kindern, Lösungen auf anspruchsvollem Niveau zu finden und sich darüber auszutauschen.



In der Pair-Phase begründet diese Schülerin mit einer Rechnung, wie sie auf ihre Anzahl kommt.
Im Austausch in ihrer Gruppe erkennt sie dann aber, dass jede Grundfarbe viermal vorkommen muss, da die zwei Muster in zwei Farben gemalt werden.
Die Gruppe nimmt nun ein Arbeitsblatt mit vorgefärbten Eiern, klebt mit Etiketten das Muster auf und sortiert die Eier.



Dieses Beispiel stellen sie schließlich im Plenum vor.

Dokumentation des Lernprozesses

Nachdem den Schülerinnen und Schülern die Bedeutung einer systematischen und geordneten Darstellung bewusst ist, kommen als Gestaltungsidee noch Kreise und eine weitere Farbe hinzu.

Einige schätzen am Anfang die mögliche Anzahl der verschiedenen Ostereier und vergleichen diese nach der Überprüfungsphase mit dem tatsächlichen Ergebnis.

Mit viel Liebe zum Detail verziert diese Schülerin mit vier Farben und drei Mustermöglichkeiten die Eier. Sie stellt fest, dass es leicht ist, die Anzahl der Möglichkeiten zu bestimmen, wenn sie bei einer Eiergrundfarbe die Muster gleichmäßig aufzeichnet.

Reflexion

In der Explorationsphase stürzen sich die meisten Kinder unsystematisch in die Darstellung der Ostereier. Bei der Auswertung der ersten Ergebnisse wird schnell deutlich, dass mit Hilfe eines Ordnungsprinzips (Farbe, Muster) eine übersichtlichere Darstellung möglich ist. „Sonst kann ich ja gar nicht erkennen, ob ich bei jeder Farbe gleich viele Eier habe.“ (Schülerin)

Wir erstellen ein Säulendiagramm – Wie viele Tage gehen wir in diesem Monat zur Schule?

Jahrgangsstufen	1/2
Fächer	Mathematik
Zeitrahmen	eine Unterrichtseinheit
Benötigtes Material	Kalender mit Ferienangaben

Kompetenzerwartungen

M 1/2 1 Zahlen und Operationen

M 1/2 1.3 Sachsituationen und Mathematik in Beziehung setzen

Die Schülerinnen und Schüler ...

- entwickeln, wählen und nutzen einfache Darstellungsformen (z. B. Skizzen, Tabellen, geeignetes Material zum Veranschaulichen und Handeln wie Plättchen oder Würfel-Stangen) für das Bearbeiten mathematischer Probleme.

M 1/2 4 Daten und Zufall

M 1/2 4.1 Daten erfassen und strukturiert darstellen

Die Schülerinnen und Schüler ...

- entnehmen relevante Daten und Informationen aus verschiedenen Quellen (z. B. Kalender, einfache Tabellen oder Schaubilder) und beschreiben deren Bedeutung.
- formulieren zu einfachen Tabellen und Schaubildern, auch im Austausch mit anderen, mathematisch sinnvolle Fragen und ziehen Daten zur Beantwortung heran (z. B. zur Frage „Wie viele 10-Liter-Eimer Wasser verbraucht meine Familie in einer Woche?“).

Aufgabe

Die Schülerinnen und Schüler erforschen, wie viele Schultage, Samstage, Sonntage und Ferientage der jeweilige Monat hat. Sie nutzen dazu einen Kalender.

Ausgegangen wird dabei z. B. von Fragen wie: Wie viele Schultage haben wir noch im Februar? Wann sind eigentlich wieder Ferien?

Den Schülerinnen und Schülern ist zu diesem Zeitpunkt bereits bekannt, was ein Säulendiagramm ist. Sie haben es in verschiedenen Kontexten bereits verwendet und auch selbst erstellt (z. B. zur Frage: In welchen Monaten haben die Kinder in unserer Klasse Geburtstag?)

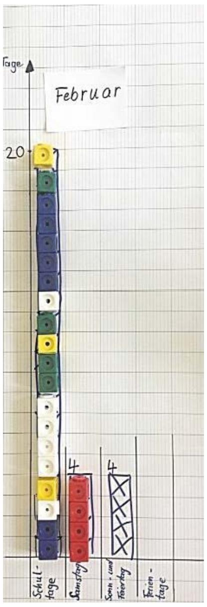
Hinweise zum Unterricht

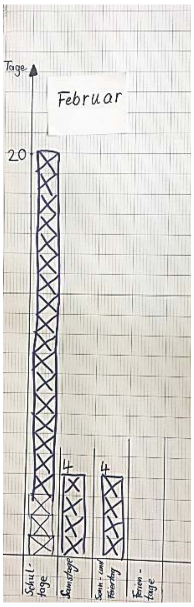
Im Plenum wird noch einmal die Frage vorgetragen. Gemeinsam wird überlegt, wie wir die Frage beantworten und wir unsere Antwort auch zeigen können.

Die Vorgehensweise wird gemeinsam einmal besprochen, danach erstellen die Schülerinnen und Schüler gemeinsam Säulendiagramme. Vom Austausch in den Gruppen profitieren alle Kinder und können ein gemeinsames Ergebnis vorweisen.

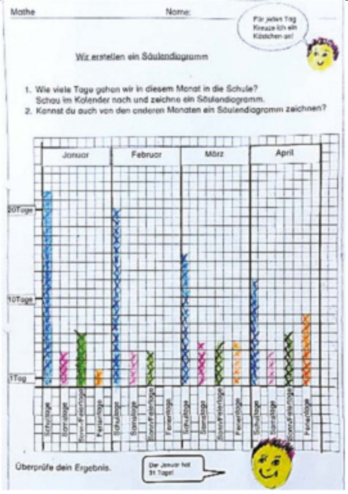
Im kooperativen Unterricht ist es unumgänglich, dass in der Reflexion Gruppenprozesse versprachlicht und bewertet werden. So entwickeln die Schülerinnen und Schüler ein Verantwortungsgefühl für effektives individuelles und gemeinsames Lernen.

Produkte und Lösungen der Schülerinnen und Schüler

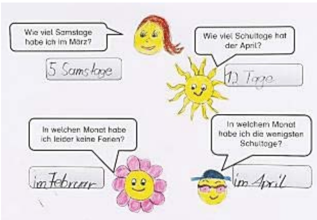




Zuerst legen die Schülerinnen und Schüler für jeden Tag einen Würfel. Dieser wird in einer weiteren Abstraktionsstufe ersetzt durch gezeichnete Kästchen.



In heterogenen Teams, z. B. Lerntandems, erstellen die Schülerinnen und Schüler Säulendiagramme zu den einzelnen Monaten.



Anschließend wird das Diagramm mit gelesen und ausgewertet, um die Fragen beantworten zu können.

Die Form der Aufgabenstellung ist unter anderem abhängig von der Routine, die eine Klasse oder Gruppe im kooperativen Arbeiten entwickelt hat.
Haben die Schülerinnen und Schüler durch Übung und Versprachlichung die Prinzipien und das Handwerkszeug für eine effektive Zusammenarbeit verinnerlicht, reicht zum Teil eine offene Aufgabenstellung wie diese aus.
Hier müssen die Schülerinnen und Schüler ihren Arbeitsprozess eigenständig so organisieren, dass er für alle gewinnbringend ist.
Kann diese Routine nicht vorausgesetzt werden, ist es notwendig, dass die Lehrkraft die Rolle des Einzelnen durchdenkt und den Lernprozess vorstrukturiert.